



EN ROUTE VERS LA 1^{ère} SPECIALITE MATHS

Corrigés

Partie A : calcul littéral, équations et inéquations

Exercice A1 :

$$A = 3x(10x - 8)$$

$$A = 30x^2 - 24x$$

$$C = \left(\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{5}x + \frac{3}{10}\right)$$

$$C = \frac{1}{25}x^2 + \frac{3}{50}x + \frac{1}{50}x + \frac{3}{100}$$

$$C = \frac{1}{25}x^2 + \frac{4}{50}x + \frac{3}{100}$$

$$E = (4 + 5x)^2$$

$$E = 4^2 + 2 \times 4 \times 5x + (5x)^2$$

$$E = 16 + 40x + 25x^2$$

$$G = (2x - 4)^2$$

$$G = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 4 + 4^2$$

$$G = 4x^2 - 16x + 16$$

$$I = (3x + 2)(2x - 6) - (4x - 3)^2$$

$$I = 6x^2 - 18x + 4x - 12 - (16x^2 - 24x + 9)$$

$$I = 6x^2 - 14x - 12 - 16x^2 + 24x - 9$$

$$I = -10x^2 + 10x - 21$$

$$B = (2x + 3)(4x - 1)$$

$$B = 8x^2 - 2x + 12x - 3$$

$$B = 8x^2 + 10x - 3$$

$$D = 3(2x - 1)(-x + 4)$$

$$D = 3(-2x^2 + 8x + x - 4)$$

$$D = 3(-2x^2 + 9x - 4)$$

$$D = -6x^2 + 27x - 12$$

$$F = 3(x + 1)^2$$

$$F = 3(x^2 + 2 \times 1 \times x + 1^2)$$

$$F = 3(x^2 + 2x + 1)$$

$$F = 3x^2 + 6x + 3$$

$$H = (3x + 1)^2 + (2x - 1)(4x + 2)$$

$$H = 9x^2 + 6x + 1 + 8x^2 + 4x - 4x - 2$$

$$H = 17x^2 + 6x - 1$$

$$J = (\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$$

$$J = \sqrt{5}^2 - \sqrt{3}^2$$

$$J = 5 - 3$$

$$J = 2$$

Exercice A2 :

$$K = (2x + 1)(3x - 1) + (3x - 1)(-6x + 8)$$

$$K = (3x - 1) \times [2x + 1 + (-6x + 8)]$$

$$K = (3x - 1)(-4x + 9)$$

$$M = (4x - 2) + (4x - 2)(x + 1)$$

$$M = 1 \times (4x - 2) + (4x - 2)(x + 1)$$

$$M = (4x - 2) \times [1 + (x + 1)]$$

$$M = (4x - 2)(x + 2)$$

$$L = 2x(x - 1) - (x - 1)(5 - x)$$

$$L = (x - 1) \times [2x - (5 - x)]$$

$$L = (x - 1)(2x - 5 + x)$$

$$L = (x - 1)(3x - 5)$$

$$N = 64 - 100x^2$$

$$N = 8^2 - (10x)^2$$

$$N = (8 - 10x)(8 + 10x)$$

Exercice A3 :

a) $4x - 3 = 12$

$$\Leftrightarrow 4x = 12 + 3 = 15$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ donc } S = \{3,75\}$$

c) $(5x + 6)(2x + 3) = 10x^2 + 2x - 2$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + 15x + 12x + 18 = 10x^2 + 2x - 2$$

$$\Leftrightarrow 27x + 18 = 2x - 2$$

$$\Leftrightarrow 27x - 2x = -2 - 18$$

$$\Leftrightarrow -29x = -20$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-20}{-29} = \frac{20}{29} \text{ donc } S = \left\{\frac{20}{29}\right\}$$

b) $-3x + 1 = 2(5x - 2)$

$$\Leftrightarrow -3x + 1 = 10x - 4$$

$$\Leftrightarrow -3x - 10x = -4 - 1$$

$$\Leftrightarrow -13x = -5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5}{-13} = \frac{5}{13} \text{ donc } S = \left\{\frac{5}{13}\right\}$$

d) $(3x - 1)(-2x + 3) = 0$

Un produit est nul ssi un de ses facteurs est nul.

$$3x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad -2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1 \quad \text{ou} \quad -2x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\text{Donc } S = \left\{\frac{1}{3}; 1,5\right\}$$



e) $\frac{x-1}{x} = 0$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \times x = 0 \quad (x \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ donc } \mathcal{S} = \{1\}$$

f) $x^2 = 9$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{9} = 3 \text{ ou } x = -\sqrt{9} = -3$$

$$\text{donc } \mathcal{S} = \{3; -3\}$$

g) $2x^2 - 16 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{16}{2} = 8$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{8} \text{ ou } x = -\sqrt{8}$$

$$\text{donc } \mathcal{S} = \{\sqrt{8}; -\sqrt{8}\}$$

Exercice A4 :

a) $4x - 1 \geq 7$

$$\Leftrightarrow 4x \geq 7 + 1 = 8$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{8}{4} = 2$$

$$\text{donc } \mathcal{S} = [2; +\infty[$$

b) $-2x + 1 > 2$

$$\Leftrightarrow -2x > 2 - 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$$

$$\text{donc } \mathcal{S} =]-\infty; -\frac{1}{2}[$$

c) $\frac{1}{2}x + 1 \leq 11$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x \leq 11 - 1 = 10$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{10}{\frac{1}{2}} = 10 \times \frac{2}{1} = 20$$

$$\text{donc } \mathcal{S} =]-\infty; 20]$$

Exercice A5 :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} 4x - 5y = 32 \\ 5x + 7y = -13 \end{cases}$$

Résolvons le 1^{er} système par combinaison en soustrayant les deux lignes :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \quad (L_1) \\ 4x + 3y = 10 \quad (L_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \quad (L_2 - L_1) \\ 2x + 3y = 8 \quad (L_1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2 + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3y = 8 - 2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Donc } \mathcal{S} = \{(1; 2)\}$$

Pour le 2^e système, multiplions la 1^{ère} ligne par 5 et la 2^{ème} ligne par 4 avant de soustraire les deux lignes :

$$\begin{cases} 4x - 5y = 32 \quad (L_1) \\ 5x + 7y = -13 \quad (L_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x - 25y = 160 \quad (5L_1) \\ 20x + 28y = -52 \quad (4L_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 53y = -212 \quad (4L_2 - 5L_1) \\ 5x + 7y = -13 \quad (L_2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{212}{53} = -4 \\ 5x - 28 = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ 5x = -13 + 28 = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = \frac{15}{5} = 3 \end{cases} \text{ donc } \mathcal{S} = \{(3; -4)\}$$

Partie B : fonctions**Exercice B1 :** on considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 7x - 1$.

a) $f(0) = 7 \times 0 - 1 = -1$, $f\left(\frac{1}{7}\right) = 7 \times \frac{1}{7} - 1 = 1 - 1 = 0$, $f\left(\frac{3}{14}\right) = 7 \times \frac{3}{14} - 1 = \frac{21}{14} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 7x - 1 = 0 \Leftrightarrow 7x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{7}$ donc l'antécédent de 0 est $\frac{1}{7}$.

c) $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow 7x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 7x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{7}$ donc $\mathcal{S} = \left[\frac{1}{7}; +\infty\right[$

d) f est de la forme $f(x) = mx + p$ avec $m = 7$ et $p = -1$ donc f est affine.

Exercice B2 :

1) $D_g = [-5; 3[$

2) L'image de -2 est 0 et l'image de 1 est -6 .

3) $g(-3) = -2$

4) -2 a quatre antécédents et -3 a trois antécédents.

5) $\mathcal{S} = \{-4,5; -3,5; -2; -1; 2\}$

6) $\mathcal{S} = [-5; -4,5] \cup [-3,5; -2] \cup [-1; 2]$

Exercice B3 :1) La fonction h semble paire car sa courbe représentative semble symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2) $D_h = [-4; 4]$

3) $\mathcal{S} = \{-2; 2\}$

4) $\mathcal{S} = [-4; -3] \cup \{0\} \cup [3; 4]$



Exercice B4 : soient $f_1: x \mapsto \frac{x^3}{4} - \frac{9x}{4} + 1$ et $f_2: x \mapsto \frac{x^2}{3} + \frac{x}{6} - \frac{3}{2}$

- 1) $f_1(0) = 1$ et $f_2(0) = -\frac{3}{2}$.
- 2) Grâce à 1), la courbe violette correspond à f_1 et la courbe rouge correspond à f_2 .
- 3) $f_1(x) = f_2(x)$ possède trois solutions.
- 4) Les courbes se coupent au point d'abscisse $\frac{10}{3}$ (en plus des points d'abscisses -3 et 1).
- 5) $S = [-3; 1] \cup \left[\frac{10}{3}; +\infty\right]$

Exercice B5 :

x	-5	-1	5
Variations de f	-1	3	-3

x	-5	-3	0	2	4
Variations de f	0	-2	2,5	0	2,5

x	-4	-3	5
Variations de f	-1	-2	4

x	-6	-2	2	6
Variations de f	3	-3	3	-3

Exercice B6 :

x	-15	-7	-3	8	15	21	22
Variations de f	4	2	7	0	-3	0	3
Signe de $f(x)$	+			-			+

- a)
- b) $S = [-15; 8] \cup [21; 22]$

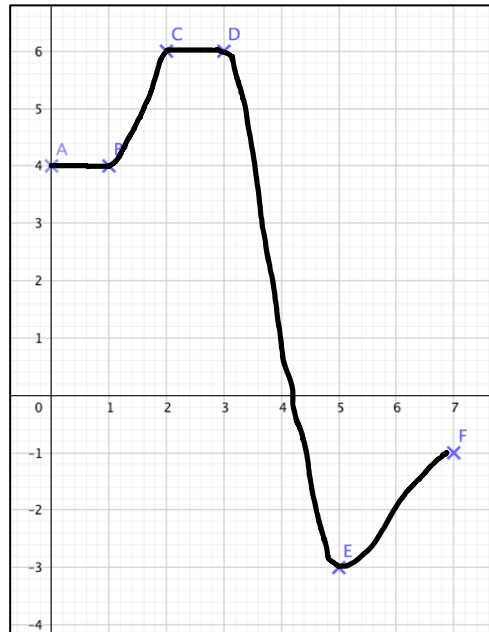
Exercice B7 :

- 1) a) Le domaine de définition D_g de g est $[-1; 6]$.
- b) L'image de 0 par g est 4.
- c) 2,5 n'a pas d'image.
- d) $-3 < g(6) < -1$.
- e) L'équation $g(x) = 7$ admet pour ensemble-solution $S = \emptyset$
- f) L'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution.

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| V <input type="checkbox"/> | F <input checked="" type="checkbox"/> |
| V <input checked="" type="checkbox"/> | F <input type="checkbox"/> |
| V <input type="checkbox"/> | F <input checked="" type="checkbox"/> |
| V <input checked="" type="checkbox"/> | F <input type="checkbox"/> |
| V <input checked="" type="checkbox"/> | F <input type="checkbox"/> |
| V <input checked="" type="checkbox"/> | F <input type="checkbox"/> |



2)

**Exercice B8 :**

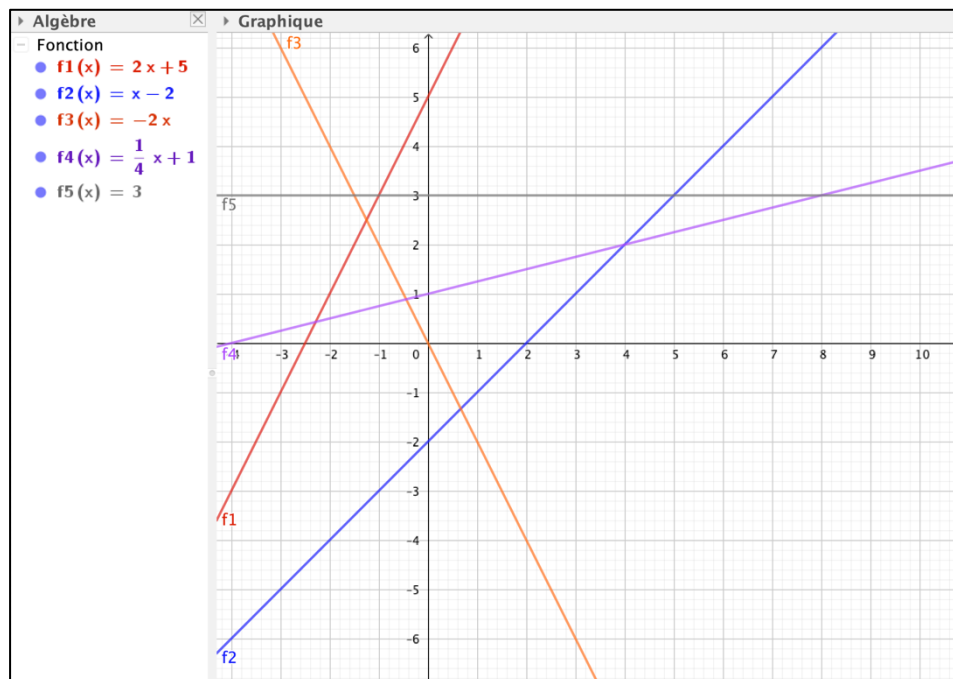
Appelons m ce coefficient directeur : $m = \frac{f(0)-f(3)}{0-3} = \frac{7-1}{0-3} = \frac{6}{-3} = -2$

Exercice B9 :

g est de la forme $g(x) = mx + p$.

Or $m = \frac{g(9)-g(3)}{9-3} = \frac{8-4}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ donc $g(x) = \frac{2}{3}x + p$

De plus, $g(3) = 4$ donc $\frac{2}{3} \times 3 + p = 4 \Leftrightarrow 2 + p = 4 \Leftrightarrow p = 4 - 2 = 2$ donc $g(x) = \frac{2}{3}x + 2$

Exercice B10 :**Exercice B11 :**

Sur le 1^{er} repère : la fonction bleue a pour expression $x \mapsto -2x - 1$, la fonction jaune $x \mapsto -x + 1$ et la fonction rouge $x \mapsto x + 2$

Sur le 2^{ème} repère : la fonction bleue a pour expression $x \mapsto \frac{1}{2}x - 3$, la fonction jaune $x \mapsto \frac{1}{3}x + 1$, la fonction rouge $x \mapsto -4$ et la fonction verte $x \mapsto -2x + 3$

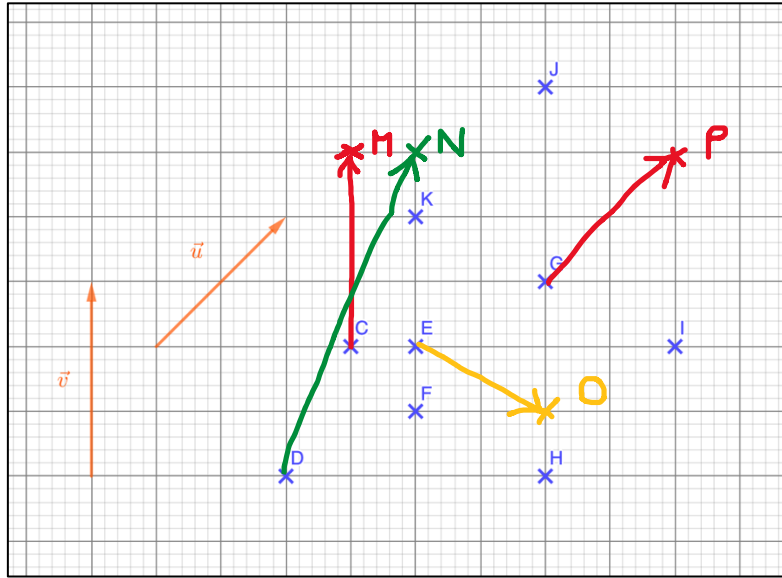


Partie C : géométrie

Exercice C1 :

a) $\vec{u} = \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{HI}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{GJ} = \overrightarrow{FK}$.

b) P et M tels que $\overrightarrow{GP} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{CM} = \vec{v}$. c) N tel que $\overrightarrow{DN} = \vec{u} + \vec{v}$. d) O tel que $\overrightarrow{EO} = \vec{u} - \vec{v}$



Exercice C2 : grâce à la relation de Chasles et à la figure :

1) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EO} = \overrightarrow{AO}$

2) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

3) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$

4) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CD}$

5) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AB}$

6) $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{FO} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{FD}$

7) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

8) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OE}$

Exercice C3 :

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$

b) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DD} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{AP}$

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AP}$

e) $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DD} = \vec{0}$

f) $-\overrightarrow{SK} + \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{KS} + \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KS} = \overrightarrow{MS}$

Exercice C4 :

a) $I\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$ donc $I(3,5; 3,5)$. De même : $J(0; 0,5)$, $K(-1; -2,5)$ et $L(2,5; 0,5)$.

b) $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} x_J - x_I \\ y_J - y_I \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} -3,5 \\ -3 \end{pmatrix}$. De plus, $\overrightarrow{LK}\begin{pmatrix} x_K - x_L \\ y_K - y_L \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{LK}\begin{pmatrix} -3,5 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Comme $\overrightarrow{LK} = \overrightarrow{IJ}$, alors $IJKL$ est un parallélogramme.

Exercice C5 :

a) $\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix} x_L - x_K \\ y_L - y_K \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$. De même : $\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} 9 \\ 12 \end{pmatrix}$.

Or $\det(\overrightarrow{KL}; \overrightarrow{KM}) = 6 \times 12 - 8 \times 9 = 72 - 72 = 0$ donc \overrightarrow{KL} et \overrightarrow{KM} sont colinéaires.

b) Ainsi, les points K , L et M sont alignés.

c) On a toujours donc $\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$. De plus, donc $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} x_N - x_M \\ y_N - y_M \end{pmatrix}$ c'est-à-dire $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}$.

Comme $\det(\overrightarrow{KL}; \overrightarrow{MN}) = 6 \times 9 - 8 \times 6 = 54 - 48 = 6 \neq 0$, \overrightarrow{KL} et \overrightarrow{MN} ne sont pas colinéaires, ce qui implique que les droites (KL) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exercice C6 :

a) $GH = \sqrt{(x_H - x_G)^2 + (y_H - y_G)^2} = \sqrt{(5 - 3)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$.



$$b) HI = \sqrt{(x_I - x_H)^2 + (y_I - y_H)^2} = \sqrt{(0 - 5)^2 + (-3 - 2)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50}$$

$$GI = \sqrt{(x_I - x_G)^2 + (y_I - y_G)^2} = \sqrt{(0 - 3)^2 + (-3 - 3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}$$

c) Dans le triangle GHI , on a :

- $HI^2 = 50$
- $GI^2 + HG^2 = 5 + 45 = 50$.

Comme $HI^2 = HG^2 + GI^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle GHI est rectangle en G .

Exercice C7 :

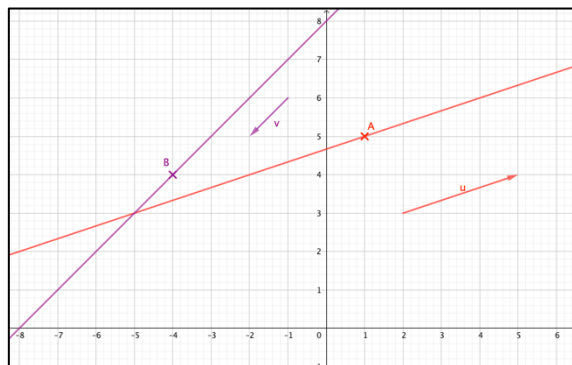
$$a) \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$b) \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D - 4 \\ y_D - 5 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 4 = 1 \\ y_D - 5 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 + 4 = 5 \\ y_D = -2 + 5 = 3 \end{cases} \text{ donc } D(5; 3).$$

Exercice C8 :

(d_1) est dirigée par $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, (d_2) par $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, (d_3) par $\vec{u}_3 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ et (d_4) par $\vec{u}_4 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Exercice C9 :



Exercice C10 : on considère la droite (Δ) qui admet pour équation cartésienne $3x - 2y + 1 = 0$

$$a) \vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$b) 3x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow -2y = -3x - 1 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$c) 3 \times (-1) - 2 \times (-1) + 1 = -3 + 2 + 1 = 0 \text{ donc } A \in (\Delta).$$

$$3 \times 0 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0 + 1 + 1 = 2 \neq 0 \text{ donc } B \notin (\Delta).$$

Exercice C11 :

$$M(x; y) \in (d) \cap (d') \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 6 \\ y = -3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x + 6 = -3x - 1 \\ y = -3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x + 3x = -6 - 1 \\ y = -3x - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{2}x = -7 \\ y = -3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \times \frac{2}{7} = -2 \\ y = -3 \times (-2) - 1 = 6 - 1 = 5 \end{cases}$$

Donc $S = \{(-2; 5)\}$. Ainsi $M(-2; 5)$

Exercice C12 : déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par $M(1; 3)$ dirigée par $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

$$N(x; y) \in (d) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ colinéaires}$$

$$\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{MN}; \vec{u}) = 0 \Leftrightarrow (x - 1) \times 2 - (-1) \times (y - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1) \times 2 - (-1) \times (y - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 + y - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + y - 5 = 0$$