EN ROUTE VERS LA TERMINALE SPECIALITE MATHS
Corrigés

Partie A : suites et 2nd degré

Exercice A1 :

a) $u_n = 2n^2 - n + 1$: (u_n) est définie de manière explicite et $u_0 = 2 \times 0^2 - 0 + 1 = 1$, $u_1 = 2$ et $u_2 = 7$

b) $\begin{cases} v_1 = -2 \\ v_{n+1} = \frac{1-v_n}{n} \end{cases}$: (v_n) est définie par récurrence et $v_1 = -2$, $v_2 = \frac{1-(-2)}{1} = 3$ et $v_3 = \frac{1-3}{2} = -1$

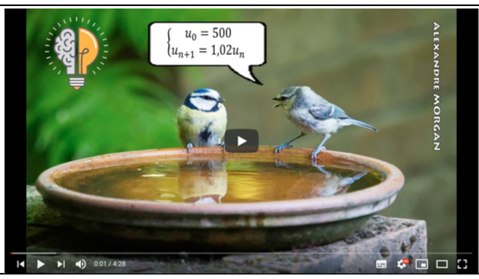
c) $w_0 = 5$ et $w_{n+1} = 2w_n - 1$: (w_n) est définie par récurrence et $w_0 = 5$, $w_1 = 2 \times 5 - 1 = 9$ et $w_2 = 2 \times 9 - 1 = 17$

d) $t_n = 3[1 + (-1)^n] + 2$: (t_n) est définie de manière explicite et $t_0 = 3[1 + (-1)^0] + 2 = 3[1+1] + 2 = 8$,
$t_1 = 3[1 + (-1)^1] + 2 = 3[1-1] + 2 = 2$, et $t_2 = 3[1 + (-1)^2] + 2 = 3[1+1] + 2 = 8$

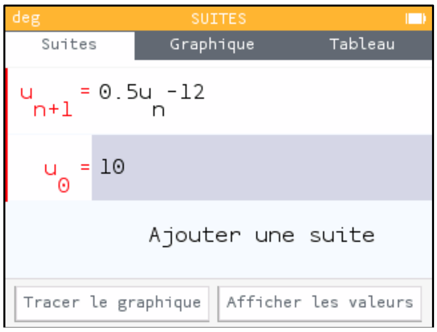
Exercice A2 :

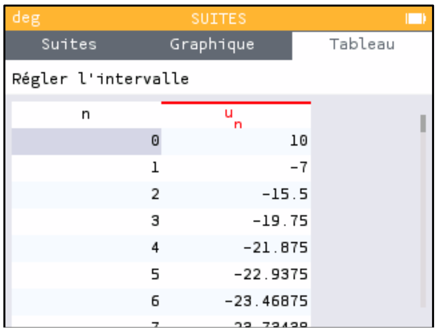
1) Soit (u_n) arithmétique de 1er terme 2 et de raison -3.
   a) Définition par récurrence : $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 3$
      Définition explicite : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + nr = 2 - 3n$.
   b) $u_{1000} = 2 - 3 \times 1000 = 2 - 3000 = -2998$
2) Soit (v_n) définie pour tout n entier naturel par $v_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
   a) Cette suite est géométrique car elle est de la forme $v_n = v_0 \times q^n$.
   b) $v_0 = 4$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n$
   c) $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{10} = v_0 \times \frac{1-q^{11}}{1-q} = 4 \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{11}}{1-\frac{1}{2}} = 8\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{11}\right) \approx 7{,}996$

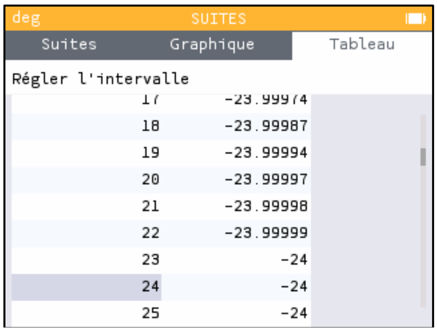
Exercice A3 :



Exercice A4 :







On peut conjecturer que $\lim\limits_{n \to +\infty} t_n = -24$: la suite (t_n) converge vers -24.

Remarque : la valeur -24 affichée par la calculatrice est un « bug d'affichage ». Ce n'est pas un « vrai 24 » (manque de place pour les décimales 9999)

Exercice A5 : pour tout n de $\mathbb{N}^*$, on donne la suite (u_n) définie par : $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$.

a) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)(n+2)} - \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n(n+1)(n+2)} - \frac{n+2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{-2}{n(n+1)(n+2)} < 0$
Conclusion : la suite est strictement décroissante.

b) Comme $n > 0$ et $n+1 > 0$ alors $\frac{1}{n(n+1)} > 0$ donc tous les termes sont strictement positifs.

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{1}{(n+1)(n+2)}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \frac{n(n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n}{n+2}$.

Or n et $n+2$ sont tous deux positifs et $n < n+2$, donc $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$. Donc la suite est strictement décroissante.

c) Étudions la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x^2+x}$

f est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ car elle est de la forme $\frac{1}{v}$ avec $v \neq 0$ dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$.

Or $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$ avec $v(x) = x^2 + x$ donc $v'(x) = 2x + 1$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $f'(x) = -\frac{2x+1}{(x^2+x)^2}$. Comme $x \in \mathbb{R}_+^*$, alors $2x+1 > 0$ donc $f'(x) < 0$

Ainsi, f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}_+^*$ donc (u_n) est strictement décroissante.

Exercice A6 :

a) $2x^2 - 2x - 12 = 0$ est une équation du 2nd degré de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a = 2$, $b = -2$ et $c = -12$.

Son discriminant Δ vaut $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-12) = 4 + 96 = 100 > 0$ donc il y a deux solutions :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2)+\sqrt{100}}{2\times 2} = \frac{2+10}{4} = 3$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2-10}{4} = -2$ Conclusion : $S = \{-2; 3\}$

b) $-x^2 + x + 2 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times 2 = 1 + 8 = 9 > 0$ donc $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{9}}{2\times(-1)} = \frac{-1+3}{-2} = -1$ et $x_2 = \frac{-1-3}{-2} = 2$. $S = \{2; -1\}$

c) $3x^2 + x\sqrt{12} + 1 = 0$

$\Delta = \sqrt{12}^2 - 4 \times 3 \times 1 = 12 - 12 = 0$ donc une seule solution $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-\sqrt{12}}{2\times 3} = -\frac{\sqrt{12}}{6} = -\frac{2\sqrt{3}}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. $S = \left\{-\frac{\sqrt{3}}{3}\right\}$

d) $4x^2 + 16 = 0$

Ici, on évitera Δ car le coeff $b = 0$. $4x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = -16 \Leftrightarrow x^2 = -4 < 0$. Ainsi $S = \emptyset$

e) $x^2 + x = 0$

Ici, on évitera Δ car le coeff $c = 0$. $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -1$ (équation produit nul). $S = \{0; -1\}$

Exercice A7 :

Exercice A8 :

a) $-x^2 + x + 2 > 0$

$S = \{2; -1\}$ [voir ex.A6 b)]. Or un trinôme à deux racines est du signe de a (ici $a = -1 < 0$) à l'extérieur des racines.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
Signe de $-x^2+x+2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Conclusion : $S =]-1; 2[$

b) $3x^2 - 2x \geq 0$

$3x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(3x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \frac{2}{3}$. Or un trinôme à deux racines est du signe de a (ici $a = 3 > 0$) à l'extérieur des racines. D'où :

x	$-\infty$		0		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
Signe de $3x^2-2x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Conclusion : $S =]-\infty; 0] \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty\right[$

Exercice A9 :

Partie B : Probabilités conditionnelles et variables aléatoires

Exercice B1 :

Exercice B2 :

	Malades	Sains	Total
Fumeurs	400	4600	**5000**
Non-fumeurs	600	14400	**15000**
Total	**1000**	**19000**	**20000**

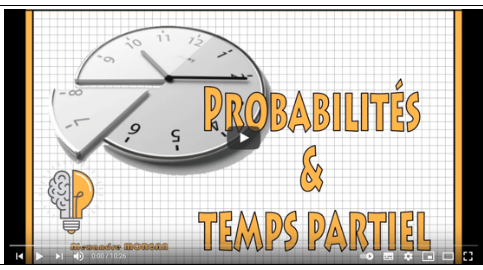
1. La probabilité qu'elle soit malade est $p(M) = \frac{1000}{20000} = \frac{1}{20}$
2. a. $p_F(M) = \frac{p(F \cap M)}{p(F)} = \frac{\frac{400}{20000}}{\frac{5000}{20000}} = \frac{400}{5000} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25} = 0{,}08$

   Remarque : on aurait aussi pu lire dans le tableau 400 sur un sous-total de 5000.

   b. Cette probabilité représente la probabilité pour une personne d'être malade sachant qu'elle est fumeuse.
3. $p_{\bar{F}}(M) = \frac{p(\bar{F} \cap M)}{p(\bar{F})} = \frac{600}{15000} = \frac{6}{150} = \frac{2}{50} = 0{,}04$
4. Le fait de fumer semble être un facteur aggravant car $p_{\bar{F}}(M) < p_F(M)$

   On peut même parler d'un facteur de risque 2 fois plus élevé car $p_F(M) = 2 \times p_{\bar{F}}(M)$

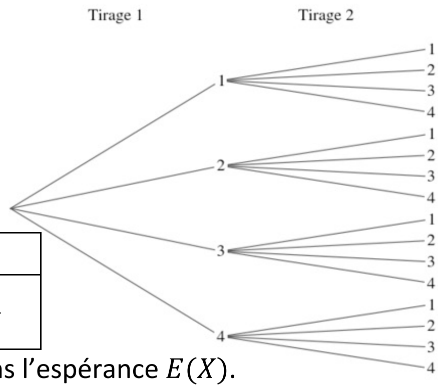
Exercice B3 :



Exercice B4 :

1) $a = 1 - (0{,}10 + 0{,}05 + \cdots + 0{,}10) = 1 - 0{,}85 = 0{,}15$
2) a) $p(X > 3) = p(X = 4) + p(X = 5) + \cdots + p(X = 8) = 0{,}10 + 0{,}20 + 0{,}10 + 0{,}10 + 0{,}15 = 0{,}65$

   b) $p(X \leq 3) = p(X = 0) + p(X = 1) + p(X = 2) + p(X = 3) = 0{,}10 + 0{,}05 + 0{,}15 + 0{,}05 = 0{,}35$



Exercice B5 :

1) Il y a 16 possibilités de résultats au total
   On peut faire un arbre avec 4 branches,
   puis 4 autres branches partant des 4 premières, d'où $4 \times 4 = 16$.
   $X(\Omega) = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. D'où la loi de probabilité :

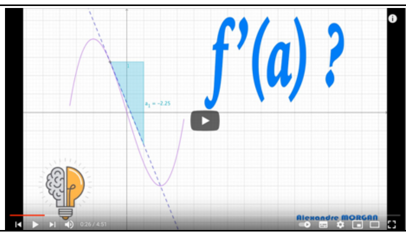
x_i	2	3	4	5	6	7	8
$p_i = p(X = x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

2) X peut donc pendre la valeur 2, 3, 4, 5, 6, 7 ou 8 (points ? euros ?). Calculons l'espérance $E(X)$.
   $E(X) = x_1p_1 + \cdots + x_7p_7$ (il y a 7 colonnes dans le tableau)
   $= 2 \times \frac{1}{16} + 3 \times \frac{2}{16} + 4 \times \frac{3}{16} + \cdots + 8 \times \frac{1}{16} = \frac{2+6+12+20+18+14+8}{16} = \frac{80}{16} = 5$
   Sur un très grand nombre de tirages, on peut espérer gagner 5 points.

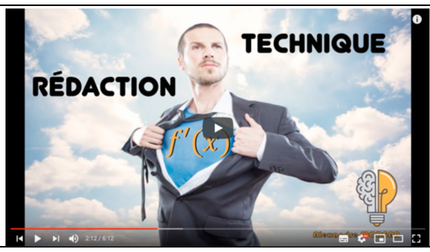
Exercice B6 :

Partie C : étude de fonctions

Exercice C1 :



Exercice C2 :



Exercice C3 :

Pour tout x réel par $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

1) a) f est un polynôme donc est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 3 \times 2x - 2 \times 1 + 0 = 6x - 2$
   Donc $f'(-1) = 6 \times (-1) - 2 = -8$.
   b) $f'(-1)$ est le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse -1.
2) $T: y = f'(-1)\big(x - (-1)\big) + f(-1)$ Or $f(-1) = 3(-1)^2 - 2(-1) + 1 = 3 + 2 + 1 = 6$
   Donc $T: y = -8(x + 1) + 6 = -8x - 8 + 6 = -8x - 2$ Conclusion : $T: y = -8x - 2$

Exercice C4 :

Ces deux fonctions $f: x \longmapsto -3x^2 + 2x + 1$ et $g: x \longmapsto \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 4$ sont des polynômes donc elles sont définies sur $\mathbb{R}$, et dérivables sur $\mathbb{R}$.

- **Dérivée** : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -3 \times 2x + 2 \times 1 + 0 = -6x + 2$
  Signe de $f'(x)$: $-6x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow -6x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$

Tableau de variations : comme $f\left(\frac{1}{3}\right) = -3\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \times \frac{1}{3} + 1 = -\frac{3}{9} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{-3+6+9}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$, on obtient :

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variations de f		$\nearrow$	$\frac{4}{3}$	$\searrow$	

<u>Autre méthode</u> : comme f est un polynôme du 2nd degré de la forme $ax^2 + bx + c$ et que $a = -3 < 0$, f admet un maximum atteint en $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2\times(-3)} = \frac{1}{3}$.

- **Dérivée** : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = \frac{1}{3} \times 3x^2 - \frac{1}{4} \times 2x - \frac{3}{2} \times 1 - 0 = x^2 - 0{,}5x - 1{,}5$
  Signe de $g'(x)$: $\Delta = (-0{,}5)^2 - 4 \times 1 \times (-1{,}5) = 0{,}25 + 6 = 6{,}25$
  $x_1 = \frac{-(-0{,}5)+\sqrt{6{,}25}}{2\times 1} = \frac{0{,}5+2{,}5}{2} = \frac{3}{2}$ et $x_2 = \frac{0{,}5-2{,}5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$
  Or un polynôme à deux racines est du signe de a (ici $a = \frac{1}{3} > 0$) à l'extérieur de ses racines. D'où :
  Tableau de variations : comme $g(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - \frac{1}{4}(-1)^2 - \frac{3}{2}(-1) - 4 = -\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 4 = -\frac{37}{12} \approx -3{,}08$ et $g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^3 - \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}\right) - 4 = \frac{9}{8} - \frac{9}{16} - \frac{9}{4} - 4 = -\frac{91}{16} = -5{,}6875$, on obtient :

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de g		$\nearrow$	$-\frac{37}{12}$	$\searrow$	$-5{,}6875$	$\nearrow$	

<u>Exercice C5</u> :

<u>Exercice C6</u> :

Rappels :

- $(e^x)' = e^x$
- $\left(e^{ax+b}\right)' = ae^{ax+b}$
- $e \in \mathbb{R}$

a) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est une une somme de fonctions dérivable sur $\mathbb{R}$.
Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = -3e^x + 4 \times (-2)e^{-2x+1} + 0 = -3e^x - 8e^{-2x+1}$

b) g est dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est un produit $u \times v$ de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$,
avec $\begin{cases} u(x) = e^x + 1 \\ v(x) = e^x - 1 \end{cases}$ donc $\begin{cases} u'(x) = e^x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$
Or $(uv)' = u'v + uv'$
Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = e^x \times (e^x - 1) + (e^x + 1) \times e^x = e^x e^x - e^x + e^x e^x + e^x = e^{2x} + e^{2x} = 2e^{2x}$

c) h est dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est un quotient $\frac{u}{v}$ de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ (avec $v \neq 0$: en effet, $e^{-x} > 0$ pour tout x)
avec $\begin{cases} u(x) = 4 \\ v(x) = e^{-x} \end{cases}$ donc $\begin{cases} u'(x) = 0 \\ v'(x) = -e^{-x} \end{cases}$
Or $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = \frac{0\times e^{-x} - 4\times(-e^{-x})}{(e^{-x})^2} = \frac{4\times e^{-x}}{(e^{-x})^2} = \frac{4}{e^{-x}} = 4e^x$

d) h est dérivable sur $\mathbb{R}$ car c'est un quotient $\frac{u}{v}$ de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ (avec $v \neq 0$: en effet, $e^x > 0$ pour tout x)

avec $\begin{cases} u(x) = x + 1 \\ v(x) = e^x \end{cases}$ donc $\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v'(x) = e^x \end{cases}$

Or $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = \frac{1 \times e^x - (x+1) \times e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x - xe^x - e^x}{(e^x)^2} = \frac{-xe^x}{(e^x)^2} = -\frac{x}{e^x}$

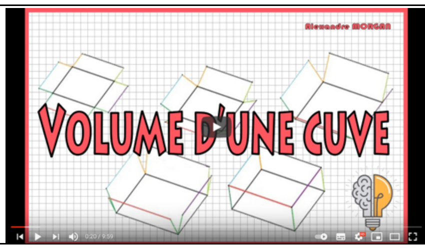
e) k est dérivable sur $]0; +\infty[$ car c'est un quotient $\frac{u}{v}$ de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$

(avec $v \neq 0$: en effet, $e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 = e^0 \Leftrightarrow x = 0$: impossible sur $]0; +\infty[$)

avec $\begin{cases} u(x) = e^x + 1 \\ v(x) = e^x - 1 \end{cases}$ donc $\begin{cases} u'(x) = e^x \\ v'(x) = e^x \end{cases}$ Or $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $k'(x) = \frac{(e^x - 1) \times e^x - e^x \times (e^x + 1)}{(e^x - 1)^2} = \frac{e^x e^x - e^x - e^x e^x - e^x}{(e^x - 1)^2} = -\frac{2e^x}{(e^x - 1)^2}$

Exercice C7 :



Exercice C8 :

1) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme de fonctions de référence dérivables sur $\mathbb{R}$. On a $f = u \times v + w$

Donc $f' = u'v + uv' + w'$ avec $\begin{cases} u(x) = x - 2 \\ v(x) = e^x \\ w(x) = x + 1 \end{cases}$ donc $\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v'(x) = e^x \\ w'(x) = 1 \end{cases}$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = 1 \times e^x + (x-2)e^x + 1 = e^x + xe^x - 2e^x + 1 = e^x(1 + x - 2) + 1 = (x-1)e^x + 1$$

2) a) g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme de fonctions de référence dérivables sur $\mathbb{R}$. On a $g = u \times v + w$

Donc $g' = u'v + uv' + w'$ avec $\begin{cases} u(x) = x - 1 \\ v(x) = e^x \\ w(x) = 1 \end{cases}$ donc $\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v'(x) = e^x \\ w'(x) = 0 \end{cases}$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $g'(x) = 1 \times e^x + (x-1)e^x + 0 = e^x(1 + x - 1) = xe^x$.

Or $e^x > 0$ pour tout x donc $g'(x)$ est du signe de x (qui s'annule évidemment en 0). D'où :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de g		$\searrow$	0	$\nearrow$	

avec $g(0) = (0-1)e^0 + 1 = -1 \times 1 + 1 = -1 + 1 = 0$

b) g admet un minimum égal à 0 donc $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

3. On a bien $f'(x) = g(x)$ (si la factorisation n'a pas encore été faite, c'est le bon moment :D).

Or on vient de montrer que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc $f'(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

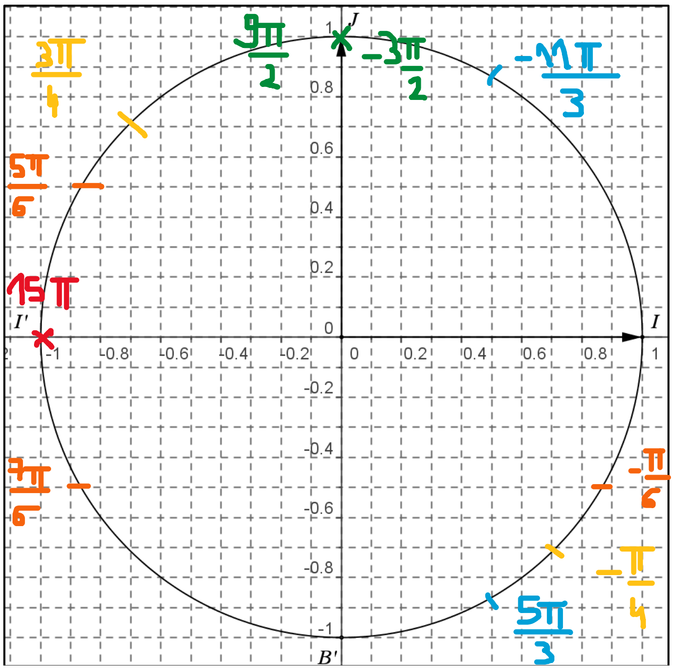
Conclusion : f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice C9 :

Partie D : Géométrie

Exercice D1 :

Exercice D2 :



a) $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cos\left(\frac{9\pi}{2}\right) = 0$

d) $\cos\left(\frac{-11\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

e) $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

f) $\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 1$

g) $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

h) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

i) $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

j) $\sin(15\pi) = 0$

Exercice D3 :

On considère un repère orthonormé du plan.

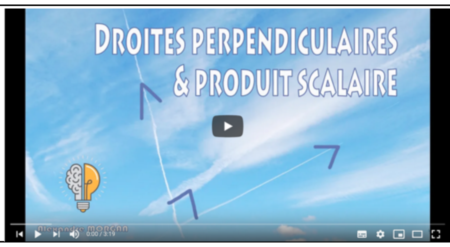
a) $\vec{u}.\vec{v} = x_{\vec{u}} \times x_{\vec{v}} + y_{\vec{u}} \times y_{\vec{v}} = 1 \times 6 + (-2) \times 3 = 6 - 6 = 0$ donc $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ sont orthogonaux.

b) $\vec{w}.\vec{t} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} + (-1) \times (-4) = 4 + 4 = 8 \neq 0$ donc $\vec{w}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}2\sqrt{2}\\-4\end{pmatrix}$ ne sont pas orthogonaux.

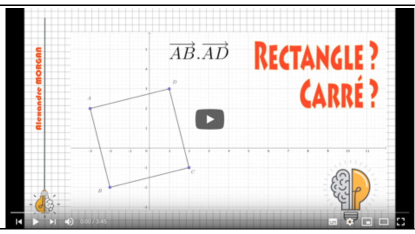
c) $\vec{t_1}\begin{pmatrix}3\\a\end{pmatrix}$ et $\vec{t_2}\begin{pmatrix}6\\-a\end{pmatrix}$ orthogonaux équivaut à :

$\vec{t_1}.\vec{t_2} = 0 \Leftrightarrow 3 \times 6 + a \times (-a) = 0 \Leftrightarrow 18 - a^2 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 18 \Leftrightarrow a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ou $a = -3\sqrt{2}$

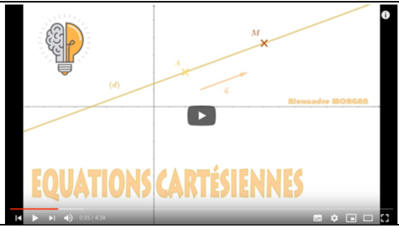
Exercice D4 :



Exercice D5 :



Exercice D6 :



Exercice D7 :

1) Un vecteur $\vec{u}$ directeur de d a pour coordonnées $\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$; -4 étant le coefficient directeur de d.

2) $y=-4x+5 \Leftrightarrow 4x+y-5=0$ donc un vecteur $\vec{n}$ normal à d a pour coordonnées $\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$.

3) d' sera dirigée par $\vec{n}$. Rappelons qu'une droite dirigée par un vecteur $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ a pour équation cartésienne $ax+by+c=0$. Donc d' aura pour équation cartésienne $x-4y+c=0$
Or $A(1;1)\in d' \Leftrightarrow 1-4\times 1+c=0 \Leftrightarrow -3+c=0 \Leftrightarrow c=3$ donc $(d') : x-4y+3=0$

4) $x-4y+3=0 \Leftrightarrow 4y=x+3 \Leftrightarrow y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$

Exercice D8 : vecteur normal et équation cartésienne de droite

1) Rappel : la droite d admet le vecteur $\vec{n}(a;b)$ pour vecteur normal si et seulement si elle admet une équation cartésienne de la forme $ax+by+c=0$ où $c\in\mathbb{R}$.

$d_1 : -3x+2y+1=0$ admet pour vecteur normal $\vec{n_1}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$

$d_2 : 5x+y-6=0$ admet pour vecteur normal $\vec{n_2}\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$

$d_3 : y=-2x+4 \Leftrightarrow 2x+y-4=0$ admet pour vecteur normal $\vec{n_3}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

$d_4 : x=1 \Leftrightarrow x-1=0$ (équation de droite parallèle à l'axe des ordonnées) admet pour vecteur normal $\vec{n_4}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

2)

a) La droite aura pour équation cartésienne $1x-3y+c=0$
Or $A(4;1)$ appartient à cette droite donc $1\times 4-3\times 1+c=0 \Leftrightarrow 4-3+c=0 \Leftrightarrow c=-1$
Donc la droite a pour équation cartésienne $x-3y-1=0$
Autre méthode : considérer un point $M(x\,;y)$ sur cette droite. Alors $\overrightarrow{AM}\perp\vec{n}$ ce qui signifie que $\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0$ avec $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-4\\y-1\end{pmatrix}$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ donc $1\times(x-4)+(-3)\times(y-1)=0 \Leftrightarrow x-3y=1=0$

b) La droite aura pour équation cartésienne $4x+2y+c=0$
Or $A(2;3)$ appartient à cette droite donc $4\times 2+2\times 3+c=0 \Leftrightarrow 8+6+c=0 \Leftrightarrow c=-14$
Donc la droite a pour équation cartésienne $4x+2y-14=0$

c) La droite aura pour équation cartésienne $-3x-1y+c=0$
Or $A(-2;-1)$ appartient à cette droite. Donc $-3\times(-2)-1\times(-1)+c=0 \Leftrightarrow 6+1+c=0 \Leftrightarrow c=-7$
Donc la droite a pour équation cartésienne $-3x-y-7=0$

d) La droite aura pour équation cartésienne $5x+3y+c=0$
Or $A(0;5)$ appartient à cette droite donc $5\times 0+3\times 5+c=0 \Leftrightarrow 0+15+c=0 \Leftrightarrow c=-15$
Donc la droite a pour équation cartésienne $5x+3y-15=0$

Exercice D9 :